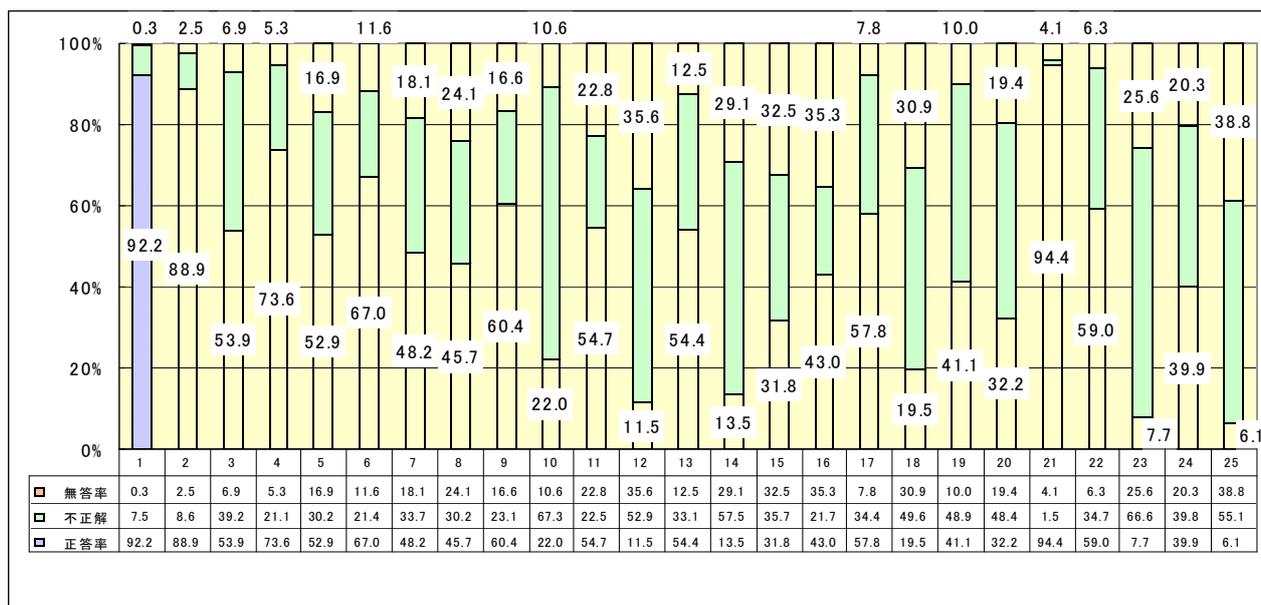


2 鍛える指導研究部

1. はじめに

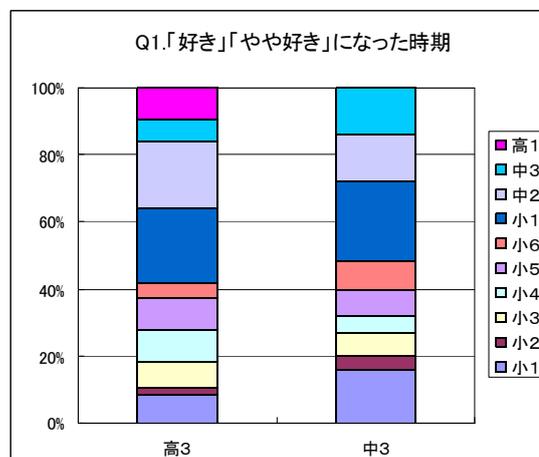
日本では、数学が将来何の役にも立たないと思っている子どもが多く、年々数学離れが進んでいる。日頃、私たちが見ている生徒にも、「数学のよさ」を「答えがはっきりとわかる」ことと考えている生徒が多い。答えがはっきりと分かるものに対しては発言ができるが、正しいか間違っているかが分からないものに対しては、考えようとすらない生徒が多いように感じる。数学を苦手としている生徒よりも、比較的数学の得点が高い生徒の方がよりその傾向が強いようだ。次の表は、菊池郡市の昨年度の県版テスト（3年）を分析した結果である。正答率は県全体の結果と同様であった。菊池郡市では、無答率も調べた。



無答率の高い問題を見てみると、⑧近似値を求める問題で、正答は 44.72、⑫作図、⑭グラフから式を導き出し、条件に合った点を求める問題で、正答は 9 時 21 分 40 秒、⑮文章題から二次方程式をつくる問題、⑯二次方程式を解き、題意にあった答えを求める問題。⑱一部分を切り取った立体の体積を求める問題。⑳平行線と面積の性質を利用して、三角形の面積の比を求める問題で、正答は 5 : 9。㉑三平方の定理を用いて、直方体の対角線の長さを求める問題で、正答は $5\sqrt{2}$ 。㉒図形の性質を利用して線分の長さを求める問題で、正答は $\frac{8\sqrt{2}}{5}$ 。このことから、子どもたちは、分かりやすい数値が解答ではないものに対しては、自信を持つことができず、答えを記入していないのではないかと考えられる。

平成 15 年度に菊池郡市内の中学生に対してアンケートを実施し、「数学が好き」になるのも「嫌い」になるのもどちらも中学 1 年生が大きな分かれ目であるという結果を得た。しかし、中学生へのアンケートでは、学年の途中でもあり、学年に偏りがでてくることも考え、菊池郡内の 3 つの高校に協力していただき、平成 16 年 9 月に高校生へのアンケートを実施し、比較することにした。

その結果、数学を好きあるいは嫌いになった学年は、中学校在学中に調べたときと同様に中学校 1 年生が一番多かったが、Q1 で示したように、好きになった学



年は、「中学3年」と答えた生徒が「中学1年」と答えた生徒の次に多い。

Q2は、Q1で「好き」「だいたい好き」と答えた生徒について、その理由を尋ねた結果である。好きな理由が「成績が上がった」「答えがはっきりしている」から「分かるから」「おもしろいから」「頑張ることができるようになったから」に変化していることに注目をしたい。数学が嫌いだと考えている生徒は、中学3年時のアンケート同様、その理由に「分からない」をあげている生徒が多い。苦手な生徒は、「分からない（解けない）」から「楽しくない」、「楽しくない」から「勉強したくない」、「勉強しない」から「分からない」という悪循環に陥ってしまっていることが多い。しかし、中学3年では勉強せざるを得ない環境になるため、何とかしようと手を尽くす。

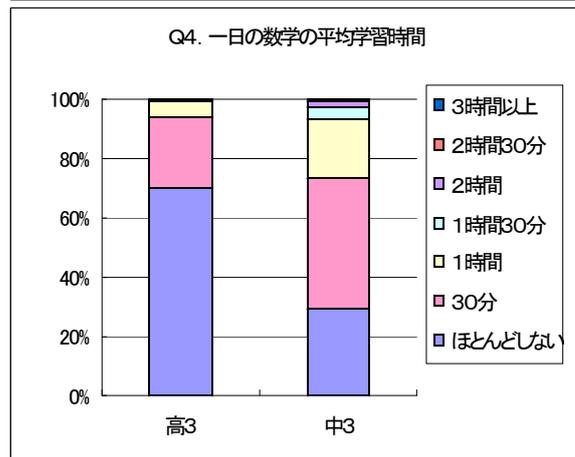
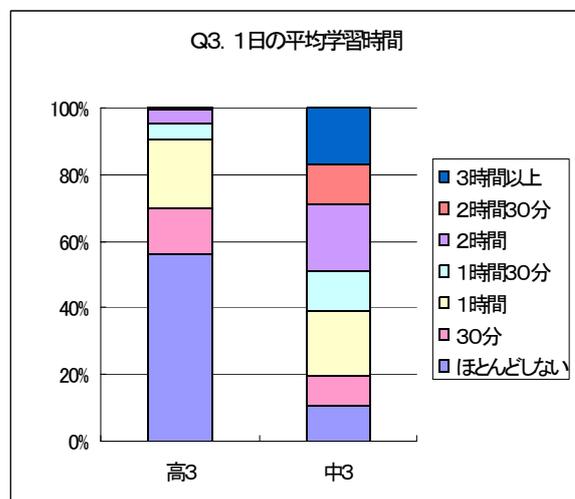
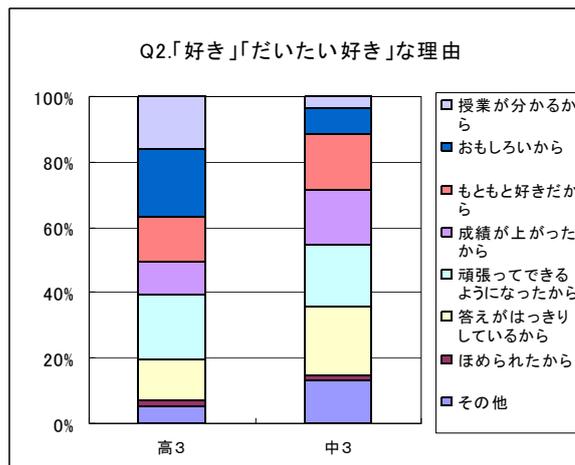
その結果、「頑張ることができる」ようになり、「分かる」ようになったのではないかと。私たちは、この「頑張ったらできるようになった」ということが、『鍛える』ということを考える上で大きなヒントになるのではないかと考えた。

また、高校の授業では学習内容も多く、進度も速いため、予習復習が欠かせない。だが、Q3、Q4より、高校生の数学の学習時間は一日平均30分以下で、ほとんどしないという生徒が60%を占め、さらに数学の学習では、70%の生徒がしていないということが分かる。中学校時代よりも大幅に学習時間が減っている。中学3年は受験生であり、否応なく勉強せざるを得ない学年である。そのため、高校入学後は、その反動もあるのだろう。しかし、高校生に対するアンケート結果でも、「数学をできるようになりたい」という生徒がほとんどだった。アンケートを依頼した郡内の高校に通う生徒は、中学校で比較的数学を苦手としていた生徒が多くいたこともあり、家庭で学習をしようとしても、手をつけられないということもあるかもしれない。中学校でも、授業中は活発に手を挙げて発言をしているのに、宿題は全くできていないという生徒もいる。苦手な生徒の多くは、学校では分かったつもりでいたが、家に帰って自分だけで考えようとしたら、どうしていか分からなくなるのではないだろうか。

高校の先生方に協力して頂いたアンケート結果からも、計算力不足、学習習慣の未定着、そして「数学への苦手意識」が高校で学習をするうえでの支障となっていることがわかる。

中学校から高校へ生徒を送り出す私たちは、たとえ正答を導き出すことができなかつたとしても、途中までであっても自力で問題を解決していこうとする力を生徒たちにつけていくことが必要だろう。

実社会では、概数や近似値などはっきりしない値の方が利用されていることが多い。また、新しいものを作り出す時には、間違えたり、失敗したりすることもあるだろう。しかし、一度の失敗であきらめず、間違えることを恐れず、試行錯誤していくことが大切になってくる。間違えることを恐れず、ねばり強く解決していこうとする姿勢を育てていくことは私たち教師の責任であろう。



2. 研究の仮説

仮説 問題解決のためのストラテジーを身につけることで、自ら課題を見つけ、ねばり強く解決していく力が身に付いていくのではないか。

「鍛える」には、技能訓練と思考訓練の二つの側面があると考えられる。技能訓練とは、計算がスムーズに行えるように身に付くまで徹底的に反復練習をしたり、定義や定理をしっかりと記憶することである。思考訓練とは、新しい課題に直面したときに試行錯誤を繰り返しながら自ら原理原則を発見していく力を身につけていくことである。技能訓練が軽視されたり、逆に技能訓練のみに重点をおいたりしがちだが、技能がなくてはスムーズな思考は望めないし、技能の習得だけでは数学のよさを充分感じ取ることができない。これらは車の両輪のようにどちらも欠かすことのできないものであり、指導を行っていく上でもどちらも大切にしていかなければならない。

問題解決のためのストラテジーとは、「こういう問題のときは、この公式を使う」というような対処法ではなく、分からないことが出てきたときに、「既習事項の中から何か似たような例はないか、利用できる考え方はないか」と考える手だてである。日頃から「なぜ?」「どうして?」「本当にそうなのかな?」と結果ではなく、過程を考えさせるような発問を重ねていく中で、考える習慣が身に付き、自ら問題点を考え、追求しようとする生徒が育っていくのではないだろうか。

また、数学嫌いの生徒の多くは、数学に対する自信がなく、「勉強してもどうせできない」と、すぐにあきらめる傾向にある。分からないことが出てきたときに、ストラテジーを身につけていれば、「もう少し頑張ってみよう」という気持ちを持つことができるのではないか。そのことによって、ひとつでも多く「頑張ったら分かった、できるようになった」という成功体験を持つことができたなら、自信につながり、次に再びすぐにうまくいかないことがあっても、「もう少し頑張ってみよう」と思えるのではないだろうか。

3. 研究の実際

(1) 「問題解決のストラテジー」について

数学が苦手な生徒は、「どう考えていいかが分からない」「分からないところが分からない」という生徒が多い。前述したように、問題解決のストラテジーとは、対処法ではなく、考えるための手だてである。

問題解決のストラテジーは、次のような「思考訓練」を繰り返し行っていくことで身に付いていくのではないかと考える。

① 思考の過程を意識し、ステップを明確にする

課題の全体像を大きく捉え、その後それぞれの部分に注目して考えていくことで、ポイントがはっきりとしてくる。

② これまでに持っていた概念の中から、原理・原則を抽出し、新しいものにあてはめる

これまでの概念を広げることにはできないだろうか、既知の原理・原則が適応できる部分はないだろうか、と考えることによって、既知の概念から矛盾がないように新しい概念に拡張されていく。

私たち教師が日頃から、授業の中で、意識的に既知の概念を振り返らせたり、ステップを明確化するような発問をすることによって、子どもたちとともに確認しながら授業をしていくことが必要である。授業の中で、繰り返し繰り返し「思考訓練」を行っていくことによって、子どもたちにも問題解決のストラテジーが身に付いていくのではないだろうか。そして、子どもたち自身に問題解決のストラテジーが身に付いていけば、新しい課題に直面したときに、あっさりとあきらめたり、すぐに答えだけを知らうとせず、自分なりの考え方をあてはめながらやってみようとするようになるのではないだろうか。授業において意識的に既知の概念を振り返る作業を行うことによって、知識の再定着を図ることもできる。

(2) 授業実践

実践1	日 時： 平成17年6月27日(月) 14時00分～16時30分
	場 所： 菊池市立泗水中学校
	内 容： 「江戸時代のパズルに挑戦しよう」(課題学習 さっさ立て・鶴亀算) ※関連題材 「連立方程式の利用」
	授業者： 池部 聖吾智(泗水中学校)

①指導計画

次	学 習 内 容	主 な 学 習 活 動
1	<ul style="list-style-type: none"> 和算(さっさ立て・鶴亀算)を知る 問題構造を確認し、立式する 	<ul style="list-style-type: none"> ゲームをしながら「さっさ立て」を理解し、答えの出し方を見つける 「鶴亀算」を理解し、問題の構造を確認し、連立方程式の利用につなげる

②本時の目標

- ア 和算を知り、そのすばらしさを感じながら意欲的に数学に取り組むことができる。
- イ 「さっさ立て」「鶴亀算」いずれも連立方程式に立式することができる

③本時の展開

学習活動(予想される反応)	時	教 師 の 働 き か け	評価の観点・備考
1 「さっさ立て」について知る	導 入	<ul style="list-style-type: none"> 江戸時代を意識させる雰囲気をつくり、関心・意欲を高める <身近> 	江戸時代小道具
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> 問題(現代語訳) 30文のお金を1回ずつ「さあ」と声をかけながら1文か2文に分けていく その声が18回だったら1文の側に置いたのは何文か? </div>			
<ul style="list-style-type: none"> ①原文を速読する ②現代語訳を読み、問題の意味をつかむ ③「さっさ立て」の要領をつかむ <ul style="list-style-type: none"> ・どうして見てないのにわかるの 	10'	<ul style="list-style-type: none"> 左脳の前頭全野を活性化させるべく古典をできる限り早く読ませる <鍛える> まずは、教師の模範操作。次に、教師は後ろ向きになり、生徒の代表に操作させて数をあて、驚かせる 	広用紙① マグネット30個
2 「さっさ立て」の解法を考える	追 求 20'	<ul style="list-style-type: none"> 班の中で実際にさせて考えさせる なぜ、先生は頭の中で答えを出せたのかに目をつけさせる なかなか解法が生徒から出なければ文献で紹介されている解法について問答形式で考えさせていく 	評価①(観察) おはじき 20個×8班

3 「鶴亀算」を考える			
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問題（現代語訳） 雉子とうさぎがあわせて60ひきいる。この足の数はあわせて150本である。雉子とうさぎはいくつずついるか？</p> </div>			広用紙②
①現代語訳を読み、問題の意味をつかむ ②2でやったことをもとに解法を考える ③連立方程式で2と3を考える	深める 12'		
4 まとめ ①連立方程式の良さを知る ②教p.47「数学のまど」を解く 終わったら問題シートに取り組む	まとめ 8'	・「さっさ立て」も「鶴亀算」も式の構造としては同じことに気づかせる ・数学の特質について触れる 「紙と鉛筆」「記号化」 ・全員にノートを持ってこさせ、チェックする <鍛える> ・終わったら問題シートに取り組むよう、指示する	評価②（ノート） 問題シート

④教師の発問・生徒の反応等

- ・教師は黒板を見ないで後ろを向き、生徒に「さあ」と言わせ、1文と2文とに何回ずつ分けたのかを当てる。どちらに何回置いたのかを教師が当てると、生徒たちは「すごい」と感心し、意欲を持っていた。
- ・おはじきを一人に4個ずつ配布し、気づきをノートに書かせる。生徒たちは何度も並べてみている。しばらくすると、表にまとめる生徒や、近くの生徒と一緒におはじきの個数を増やして挑戦する生徒が出てきた。
- ・両方のことを同時に考えるのは難しいので一方ずつ考えていく。一文の方から順に考えていく。
- ・鶴亀算の問題では、さっさ立ての考え方を応用し、キジだけに注目して考えている。

かけ声	1文	2文
2回	0	4
3回	2	2
4回	4	0

⑤授業研究会から

- ・導入、展開、まとめの段階でそれぞれに「鍛える」ところを入れた。日頃から導入に速読や、簡単な足し算、引き算の暗算などの脳力トレーニングを取り入れている。今日は、導入で速読、展開で「さっさ立て」を考えること、まとめでは問題シートを準備していたが、間に合わなかった。
- ・古文を速読したり、ストレスを感じない程度の簡単な暗算をしたり、パズルをすることによって脳力が鍛えられる。授業に関係のあるものを取り入れることもあれば、関係のないことをトピック的に取り入れることもある。
- ・1時間の授業の中で鍛えるものと、1つの教材を通して鍛えるものがある。
- ・生徒たちはどれくらい分かっていたのか。生徒たちの表情を見ても、難しそうだった。
- ・1問目と2問目について、違和感があった。先に鶴亀算をやってから、さっさ立てをするとまた違った授業になっただろう。
- ・ゲームを取り入れることで生徒は楽しんで活動しても、「楽しかった」で終わってしまって、数学に還元されないことがある。生徒が楽しんで活発に活動をしていても、本時の目標が達成できたかをしっかりと検証していく必要がある。

実践2	日 時： 平成17年9月16日（金） 15時00分～17時00分
	場 所： 菊池市立菊池南中学校
	内 容： 等式の性質について（1年「方程式」）
	授業者： 丸山 絵里（菊池南中学校）

①指導計画

単元	節（時間）	主 な 学 習 活 動
方 程 式	方程式 （本時1／3）	<ul style="list-style-type: none"> ・天秤の操作を通して、等式の性質を理解する ・数量の間の関係を等式で表す。 ・天秤の操作と式変形を関連させて等式の性質を使って、簡単な方程式を解くこと。
	一次方程式の解き方 （2.5）	<ul style="list-style-type: none"> ・移項の意味を理解する。 ・移項の考えを使って方程式を解くこと。 ・カッコを含む形の方程式、小数や分数の係数をもつ方程式を解くこと ・1次方程式の意味を理解する。
	基本の問題（0.5）	
	一次方程式の利用 （4.5）	<ul style="list-style-type: none"> ・数量の間の関係を方程式で表す。 ・問題解決のために方程式を用いること。 ・いろいろな問題例とその立式における考え方を理解する。 ・文章題における解の吟味 ・方程式を使って問題を解くときの手順を理解する。

②本時の目標

天秤の性質を使って問題を解いていく作業を通して、等式の性質を理解する。

③本時の展開

学習活動（予想される反応）	時	教 師 の 働 き か け	評価の観点・備考
1 てんびんの性質を確認する。	導 入 3'	<ul style="list-style-type: none"> ・黒板に提示した天秤を使って問いかける。 「左右つりあっているときはどんな時かな？」 「傾いているときはどんな時だろう？」 	てんびん
2 問題を知る。		<ul style="list-style-type: none"> ・課題を提示する 	広用紙

問題① 9枚の硬貨があります。金貨1枚は10gですが、この中に1枚だけ重さがわずかに軽いニセ金貨が混じっています。てんびんを使ってニセ金貨を見破ってください。てんびんを最低何回使うとよいでしょうか。

<p>3 問題をコインを使って考える。 (班別学習)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・はじめに4つつのせてみよう。 ・てんびんは3回使う。 ・2回でもできるかな。 <p>4 代表の班が考え方を発表する。</p> <p>5 次の課題を知る。</p>	<p>展 開 37'</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・問題をワークシート①とコインを使って考えさせる。【鍛える】 ・3回使うという意見が多ければ、2回でできないかも考えてみるように促す。 	<p>評価① ワークシート① コイン</p>
<p>問題② ニセ金貨と4gの分銅を使ってニセ金貨の重さを量ることができないか操作していたら、たまたまニセ金貨2枚と分銅1個が、分銅5個とつりあった。ニセ金貨1枚は何gでしょうか。</p>			
<p>6 問題を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・まず左右の皿から分銅1個ずつをとってみよう。 ・どう説明したらよいのだろう。 <p>7 考え方をてんびんを操作しながら発表する。</p>		<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシート①とコインを使いながら操作し、考える【鍛える】 ・求め方をカードにまとめて、黒板に掲示して操作ごとの様子をワークシート②に記録させる。 	<p>ワークシート① コイン ワークシート② 評価①</p>
<p>操作ごとのてんびんの様子を文字式を使って表してみよう。</p>			
<p>8 黒板に掲示されているカード毎に式に表す。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・左の皿は$2x + 4$で、左の皿は20になる。 ・左右の皿の重さが同じということとは「=」で表そう。 ・ 		<ul style="list-style-type: none"> ・左右それぞれの皿ごとに式を作らせる。 ・左右の皿がつりあうということをもとに式ではどう表現したらよいのか考えさせる。 ・各操作を説明する。 「はじめは両方の皿から4gとりました」 「最後は両方の皿を半分にしました」 ・等式という言葉を紹介する。 	<p>評価②</p>
<p>てんびんをつりあわせたまま操作するためにしてよいことはなんだろう。</p>			
<p>9 てんびんをつりあいを保ったまま操作するためにしてよいことを考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・両方に同じことをするのならしてよいのでは。 		<ul style="list-style-type: none"> ・てんびんをつりあわせるときにする操作を発表させる。 ・左右の皿の式を=でつなげるためにしてよいことが関係づくように説明する。 	
<p>10 本時の学習を振り返り、てんびんをつりあわせることと等式を成り立たせることの共通点を確認し、性質を理解する。</p> <p>11 感想を書く。</p>	<p>ま と め 10'</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・てんびんをつりあわせることと等式を成り立たせることの共通点を確認し、性質を理解する。【よさ】 	

④教師の発問・指示や生徒の反応等

- ・「答えが分かった」という生徒に対して、「他の人に説明してみよう」という返しをすることで、理解を深めることができるようにしていた。発表した子に対する肯定的な返しも行われ、次の発表への意欲も高まっていたようだ。
- ・発表を聞いて、それまでの考えと違う考え方にハッと気づき、思わず「あーそうだ」と声を上げる生徒がいた。
- ・絵を見て式を作る部分で、さっと進んだため理解が不十分だった生徒もいるのではないかと。生徒も発言に対して、さらに問いかけをするならばもっと深めることができたのではないだろうか。



⑤授業研究会から

- ・考え方を問うような問題を扱う場合には、日常的な場面を設定するなど導入に気をつけている。今回の授業では、班学習を取り入れたり、具体的に操作活動を取り入れることにより活動的に進められた。
- ・課題2の提示の仕方で、天秤の釣り合いを言葉として板書することで、子どもたちが問題を把握する段階でもつまづきを減らすことができるのではないかと。
- ・「小学校のときにやったことがあったのですらすらできた」という生徒がいたが、やったことがない問題のときに意欲的に取り組むことができるのだろうか。これからの授業でも様子を見てほしい。
- ・子どもの発表に対しても返しを行っていく。特に、天秤から等式を立式する場面では押さえをすることも大切。また、生徒が書くことを考え「間」も大切にしていける必要がある。

8. 研究の成果及び今後の課題

生徒の思考を援助するような発問をいつ、どのように発するかは教師の指導技術でもある。子どもたちに「発見」させていくためには、じっと待つことも必要である。しかし、日頃の授業の中では、時間的制約などもあり、子どもの思考を誘導するような授業になってしまいがちではないだろうか。子どもたちが発展的に考えることができるようになるためには、私たち教師自身が、本質をしっかりと捉えて、教師が教える内容を精選していくことが大切である。与えるものはできるだけ少なく、そして子どもたち自身が多くのものを考えることができるような授業を作っていかなければならない。

鍛える指導研究部では、技能面・思考面の2つの「鍛える」側面から授業実践を行ってきた。技能訓練については、ゲームを取り入れた反復練習や、日頃の授業の中に意識的に既知の概念の復習を取り入れることによって、少しずつではあるが成果が現れてきていると感じている。だが、思考訓練については、これまでの「結果」重視からの脱却がまだ不十分で、私たちの取り組みも充分とはいえない。

今後も「なぜ」「どうして」と考えさせるような「過程」を重視した授業を積み重ねていく中で、答えがあっているかということだけではなく、生徒自身が「なぜ」そうなるのか「どうやったら」そうなるのかと疑問を感じ、こだわりながら自ら学習を進めていくことができるような生徒を育てていきたい。