

生徒が面白いと感じる課題例とその解説

江戸時代の和算でも二次方程式が解けた

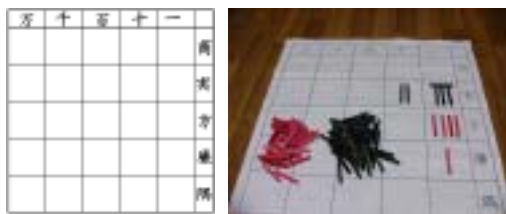
1. 江戸時代の算木について

算木とは和算における計算の道具であり、赤と黒の棒を規則的に平面上(算盤上)に並べていくことで加減乗除や開平などの色々な計算ができるものである。江戸時代に和算のよばれる日本独特の数学が発展し、その中で算木における計算手法も発展してきた。また、江戸時代においては、多くの庶民がこの和算に興味をもち、和算は単に物を計算するという手段だけではなく、庶民の知的好奇心をくすぐる“遊び心”も兼ね揃えているものであった。

西洋の数学(洋算)が中心の現代中学数学で和算的な手法を学ぶことは、日本文化のよさを伝える上でも有意義であると思われる。ここでは算木についての中学生への課題例とその算木を用いた基本的な二次方程式の解法について紹介したい。

課題 江戸時代に使われた算木について調べてみよう。
算木で数をどのように表したのでしょうか。
算木で $x^2 + 3x - 18 = 0$ の方程式を解いてみよう。

江戸時代の算木は、木製で縦横 6 mm、長さ 6 cm の棒で赤と黒のものが 180 本ずつあったようである。算木を並べる算盤は縦 60 cm、横 150 cm の



絹布とされ、「商」には方程式の解を「実」には定数、「方」「廉」には x の係数、 x^2 の係数を算木で置くようになっている。

算木で数を表示する方法は数種類あるとされるが、下の図のように表現するのが一般的であり、正数は赤の算木を使い、負数は黒の算木を使った。(ここでは赤の算木を白色で表現している)



2. 算木を使い、簡単な操作で2次方程式を解く方法

$x^2 + 3x - 18 = 0$ の方程式を実際に算木で解いてみよう

十	一		十	一		十	一		十	一		十	一		十	一	
		商			商			商			商			商			商
		実			実			実			実			実			実
		方			方			方			方			方			方
		廉			廉			廉			廉			廉			廉

算木で式を表現する 上の のように「実」に定数の -18 を算木を使い表現する。このとき負数なので算木は負数を表す黒の算木を用いる。同じように「方」には x の係数の 3 を、「廉」には x^2 の係数の 1 を正数を表す赤の算木で表現する。

解を予想してみる のように解を予想し、それを「商」に算木で表現する。このとき解を 3 と予想し「商」に算木で表現した。

操作を通して解が正しいか確認する では解と予想した「商」の 3 と「廉」の 1 の積を「方」に加える(この操作は「乗加」と呼ばれている)。では「方」の 6 を表現しなおし、でも と同じように「商」の 3 と「方」の 6 の積を「実」に加え「乗加」を行う。 で -18 に 18 を加え「実」が 0 となる。この「乗加」の操作を行い「実」が 0 となったとき、「商」の値が方程式の解となる。このときはじめに予想した 3 が真の解といえる。

3. 解を修正しながら正しい解を求めていくパズル的な解法

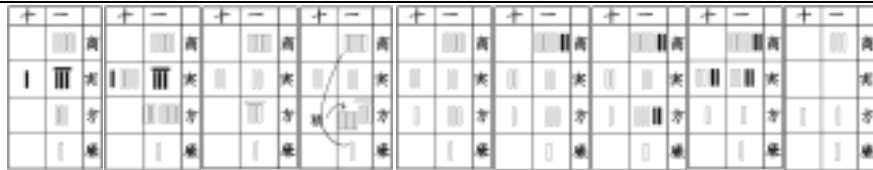
「乗加」という操作が基本となり、慣れると解を予想することは意外と容易なる。しかし、この算木を使った計算の面白さは予想した解を修正しながら真の解を求めていくところにある。

(1) $x^2 + 2x - 18 = 0$ の解を間違えて2としてしまったときの計算



で「商」を2と予想する。「方」「実」で「乗加」を行い の状態を得る。「実」を整理すると0にならないので解は2ではない。続けて真の解を求めるために商の修正を行う。そのため のように「商」と「廉」の積を「方」に加え の状態となる。ここで解は2より1大きい数になるのではないかと予想し、今「商」にある2に、1を加え の状態にする。「商」を1として「方」「実」で「乗加」を行い のようになる。最終的に「実」が-8と8で0となるので今「商」にある2に1を加えた3が方程式の解となる。

(2) $x^2 + 2x - 18 = 0$ の解を間違えて5としてしまったときの計算



解が2桁になる場合については算木の場所が移動する(「シフト」とよばれる)などやや複雑な操作になるが、やはり「乗算」を基本とした計算となる。算木による解法の手続きを覚えた上で、その理由を考えていく学習も面白いと思われる。

4. 手軽に算木に触れてみよう

算木と算盤を作成し、実際に算木を置きながら計算してみると普通の x, y

を使うような数学とは明らかに違う数学に触れていることを実感する。生徒は「算木は少しややこしい」とつぶやきながらも洋算の良さを確認し、違った方法で方程式を解いた日本人の数学である和算の面白さにも気づいていた。本当は算木に実際に触れ、動かしながら考えていく中で和算のよさを体験していくことが大切かもしれないが、すべての生徒に算木や算盤を



配ることは少々難しい。そこで簡単な算木計算のソフトをFLASHで作成し、パソコン画面上で手軽に算木を体験できるようにした。ここでは単純に算木を動かすという機能のみをもたせ、赤黒、縦向き横向きの算木をマウスのドラッグ&ドロップで動かしていく。簡単な説明だけで中学生にも手軽に算木の計算を体験させることが

操作できるようである。

算木ソフト : (<http://www.geocities.jp/kfbfx371/dekiru/sangi/sangi4.html>)

生徒は、算木で色々な方程式を繰り返し計算することを通して、解を予想することも容易になってきた。「商」は「実」をある数で割った数になる」「 x^2 の係数が2のときでも解けそうだ」という意見もあり、「実」が0になる仕組みを算木の操作活動の中で理解しようとしている生徒もみられた。操作を通して「実」が0になると「できた!」という声も聞かれ、単純な作業の繰り返しで問題が解けていくことの面白さも伝えることができると思う。

参考文献

佐藤健一著「新・和算入門」 研成社

西森敏之「算木でなぜ方程式が解けるのか」『教育科学 数学教育』明治図書

小寺 裕「江戸時代の二次方程式」『教育科学 数学教育』明治図書